УДК 550.385.36

***Дубовенко Ю.І.**, с. н. с., канд. фіз.-мат. н.,*
Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України,
Україна, 03142, Київ, пр. Палладіна,32.
тел. (044) 424-20-52, e-mail: leader96@narod.ru

ГЕОМЕТРИЧНІ АСПЕКТИ ЄДИНОСТІ ОБЕРНЕНИХ КОНТАКТНИХ ЗАДАЧ

Знання деяких принципів легко замінює незнання деяких фактів. К.А. Гельвецій

Стандартні методи потенціальних полів не втратили свого значення, лише змінилися задачі, які вони вирішують. Наразі їх царина – це частинні оцінки функціоналів типу нев'язки без апріорних обмежень, комплексування алгоритмів. Сучасні чисельні алгоритми є багатоступеневими конструкціями, кожна ступінь яких розв'язується власними оптимальними методами. Відтак, сучасна оптимізація розв'язку обернених задач є апріорі багатометодною, а це означає окремий метод на кожному ступені реалізації алгоритму.

Для кожного такого методу потрібно знати, принаймні, дві основні характеристики: множину єдиності розв'язків (визначається аналітичними властивостями прямого оператора задачі) та оцінку похибки оператора (міру достовірності моделі, тобто ціну лінеаризації чи згладжування). При цьому, якщо множини єдиності окремих алгоритмів перетинаються між собою, то щодо міри похибок такого не скажеш. Усі класичні методи потенціальних полів декларують існування єдиних розв'язків "в малому" – для конкретної геометрії аномальних джерел, окресленої апріорними даними.

Для визначення спільного розв'язку за сумою локальних розв'язків бракує належних критеріїв. В нагоді для достовірного комплексування алгоритмів може стати технологія геометричного тлумачення метрики множини єдиності в термінах аналітичної геометрії. Елементи цієї технології апробовані при моделюванні контактних поверхонь, що не сильно ухиляються від заданих, а також контактних меж за полем, заданим на істотно обмежених множинах.

Аналіз геометрії множини коректності істотно посилається на умови існування розв'язку. В узагальненому вигляді для потенціальних полів його можна сформулювати так: якщо два шари *майже не відрізняються* один від одного, то на компактній множині лінеаризована послідовність наближень розв'язку, яку породжує певний процес ітерацій, збігається до розв'язку нелінійного рівняння (уточненої моделі середовища) при заданих апріорних обмеженнях. При цьому аналітичний антураж та апріорний фактаж конкретних методів (їх варіацій розроблено сотні) може бути різним, але загальний принцип залишається незмінним. А це, згідно з Гельвецієм, дозволяє звести дослідження складних комплексних алгоритмів у практичну площину.

Серед відомих, але належно не оцінених практиками проблем, можна виділити наступне. Як правило, розв'язок інтегральних рівнянь, до яких зводяться обернені задачі теорії потенціалу, не задовольняє умовам неперервної залежності від вхідних даних – через наявність потужних нуль-многовидів $N(A)$ і $N(A^*)$. Некоректність задач геофізики, яка звідси випливає, зумовлена їх недовизначеністю. Довизначити їх можна, виділяючи компактну множину нормальних розв'язків та згладжуючи збурені похибками вхідні дані. Довизначення задачі – це окрема задача у вигляді певного функціонального рівняння, спрямована на відшукання множини єдиності розв'язку.

Визначено, що серед оптимальних множин єдиності для розв'язання нелінійних контактних задач гравіметрії є зірчасті області. Зірчастість області означає, що її межі описують однозначні функції, тому відхилення верхньої межі шару від геометрії пласта однозначно визначають функції із множини $V(A^*)$: будь-якій множині $V(A^*)$ відповідає єдиний елемент множини $V(A)$.

У багатометодному розв'язку обернених задач граві- і магнітометрії істотне значення має таке узагальнене положення. Якщо однозначні функції контакту належать деякому компактному класу (неперервно диференційовані), а їх добуток – обмежена множина, а поля, які вони породили, мало відрізняються *за нормою*, то контакти мало відрізняються за тією ж нормою, з певним нормуючим сталим множником, величину якого задає геометрія компактного класу.

Нерідко розв'язок контактної задачі гравіметрії нестійкий на банахових просторах $C(\partial T)$, $L_i(\partial T)$, оскільки оператор – цілком неперервний, але має незамкнуту область значень, а оберне-

ний оператор – розривний на просторах вхідних даних. Розв'язки таких задач коректні на компактах, і потребують багатоступеневої чисельної регуляризації.

Первісною проблемою є оконтурення множини коректності, яка містить шуканий єдиний розв'язок задачі. Для її вирішення визначено такий загальний підхід: розщепити область визначення прямого та спряженого операторів $D(A) = N(A) \oplus V(A^*)$, $D(\tilde{A}) = N(A^*) \oplus V(A)$. Оскільки кожна із областей $D(A)$ і $D(\tilde{A})$ розщепляються на два взаємно ортогональних підпростори з елементами, що відрізняються від нуля, є труднощі у розв'язанні рівнянь із такими відображеннями, а розв'язки існують лише в обмежених підмножинах множини $V(A^*)$. Область значень $V(A)$ цілком неперервного оператора контактної задачі для тіла, що близьке до заданого, незамкнута в L_2.

Щоб доповнити критерій належності функції контакту множині можливих розв'язків $V(A^*)$, визначають рівномірну в середньому обмеженість підмножин та одностайну в середньому їх неперервність у множині $V(A^*)$ – через оцінювання малого приросту контакту, виражену через малий приріст відповідних інтегральних ядер. Це дозволяє одностайну неперервність множини контактів із $V(A^*)$ еквівалентно замінити на *рівномірну обмеженість перших похідних* від контактів цієї множини, яку легше оцінити.

Для нелінійного контакту зірчастих тіл ці оцінки задають як послідовність експоненційних власних чисел та тригонометричних власних значень, які визначають спектральне розкладення підінтегрального ядра прямої задачі.

Обернені задачі визначення геометрії необмежених тіл нестійкі – відсутня неперервна залежність розв'язків відповідних інтегральних рівнянь від їх правих частин. Щоб ці задачі стали коректними, накладають обмеження на їх розв'язки. Загальні положення розв'язності цих задач у просторах $C(\partial T)$, $L_i(\partial T)$ такі: якісні характеристики розв'язності лінійних інтегральних рівнянь Фредгольма 1-го роду з формально симетричними ядрами на парі просторів $\{X,Y\}$ співпадають із характеристиками розв'язності цих рівнянь у Гільбертових просторах. Через брак критеріїв належності елементів із просторів X і Y підмножинам $V(A^*)$ і $V(A)$ не можна збудувати єдиний розв'язок, тому нерідко цією проблемою нехтують.

При візуалізації варіацій геометрії аномальних джерел, особливо за полем перших похідних потенціальних полів відзначена істотна залежність отримуваної картини варіацій від обраного способу гріддінгу в програмі Surfer. Достовірність ряду побудов за участі похідних вихідного поля, отримані за допомогою цієї програми, можна поставити під сумнів. Вироблено певні рекомендації щодо особливостей візуалізації аномальних варіацій поля та геометризації джерел.

Dubovenko Yu.I. GEOMETRIC ASPECTS OF INVERSE CONTACT PROBLES UNIQUENESS